

Exercice 1

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{4}{7}$	0,1	-0,01
x^2	1	1	4	9	5	$\frac{16}{49}$	0,01	0,0001
$-x^2$	-1	-1	-4	-9	-5	$-\frac{16}{49}$	-0,01	-0,0001
$(-x)^2$	1	1	4	9	5	$\frac{16}{49}$	0,01	0,0001
$2x$	2	-2	4	-6	$2\sqrt{5}$	$\frac{8}{7}$	0,2	-0,02

Exercice 2

f est la fonction carrée. Déterminer les antécédents par f , lorsque cela est possible, de chacun des réels suivants :

- a) $f(x)=1 \Leftrightarrow x^2=1 \rightarrow S=\{-1;1\}$
b) $f(x)=-4 \Leftrightarrow x^2=-4 \rightarrow S=\emptyset$
c) $f(x)=0 \Leftrightarrow x^2=0 \rightarrow S=\{0\}$
d) $f(x)=\frac{5}{4} \Leftrightarrow x^2=\frac{5}{4} \rightarrow S=\left\{-\frac{\sqrt{5}}{2};\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$
e) $f(x)=100 \Leftrightarrow x^2=100 \rightarrow S=\{-10;10\}$

Exercice 3

1. a et d
2. a
3. b et f
4. a
5. a et e

Exercice 4

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est la droite d passant par : $A(-1 ; 3)$ et $B(2 ; 1)$

1. Recherche de l'expression algébrique de la fonction affine f . Une fonction affine s'écrit sous la forme : $f(x) = mx + p$ où :

- m est le coefficient directeur

- p est le terme constant

a. Détermination du coefficient directeur m

Formule du coefficient directeur d'une droite passant par $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$:

Ici : $x_A = -1 ; y_A = 3$

$x_B = 2 ; y_B = 1$

Donc : $m = (1 - 3) / (2 - (-1))$

$$m = \frac{-2}{3}$$

Le coefficient directeur est donc : $m = \frac{-2}{3}$

b. Détermination du terme constant p

On utilise l'expression $f(x) = mx + p$ et les coordonnées d'un point de droite.

Prenons le point $A(-1 ; 3)$.

$f(-1) = 3$ Donc :

$$3 = \left(\frac{-2}{3}\right) \times (-1) + p$$

$$3 = \frac{2}{3} + p$$

$$p = 3 - \frac{2}{3}$$

$$p = \frac{9}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

Le terme constant est donc : $p = \frac{7}{3}$

c. Expression algébrique de la fonction f

$$f(x) = \left(-\frac{2}{3}\right)x + \frac{7}{3}$$

2. Appartenance des points E et F à la droite d

Un point appartient à la droite si ses coordonnées vérifient l'expression de f.

Point E(5 ; -1) :

$$f(5) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 5 + \frac{7}{3}$$

$$f(5) = -\frac{10}{3} + \frac{7}{3}$$

$$f(5) = -\frac{3}{3}$$

$$f(5) = -1$$

Comme $f(5) = -1$, le point E appartient à la droite d.

Point F(3 ; 0) :

$$f(3) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 3 + \frac{7}{3}$$

$$f(3) = -2 + \frac{7}{3}$$

$$f(3) = -\frac{6}{3} + \frac{7}{3}$$

$$f(3) = \frac{1}{3}$$

Or $f(3) \neq 0$, donc le point F n'appartient pas à la droite d.

3. Comparaison des images de $-\pi$ et de -3,14 sans calcul

Le coefficient directeur $m = -2/3$ est négatif. Donc la fonction f est décroissante.

Or : $-\pi \approx -3,1416 < -3,14$

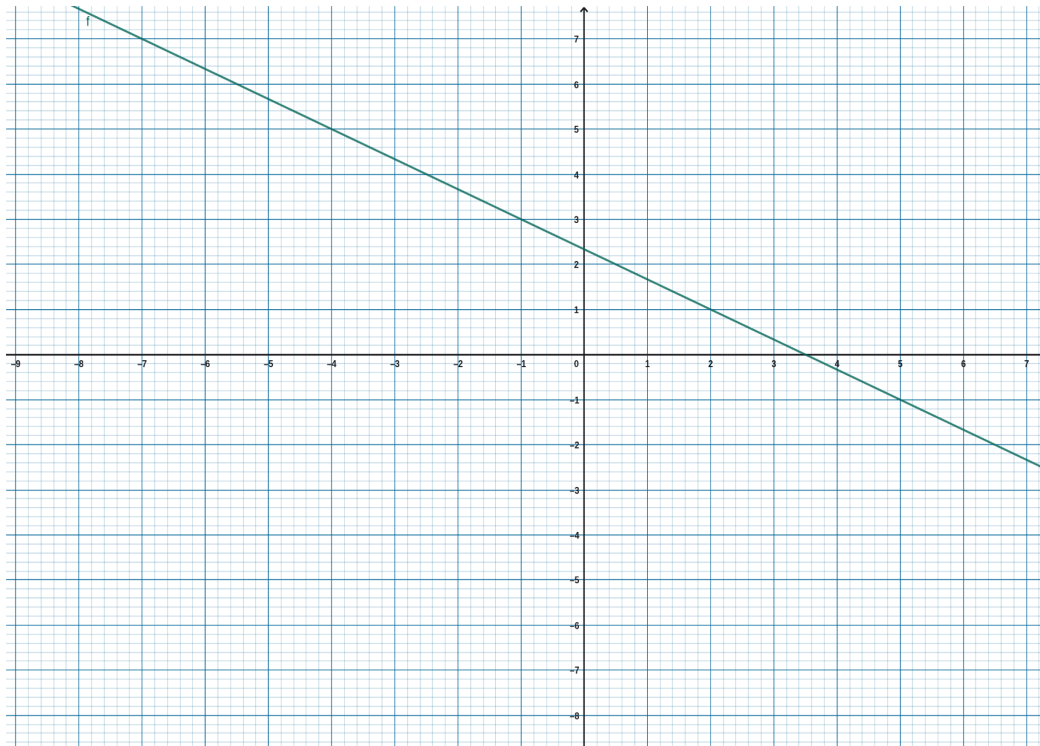
Pour une fonction décroissante, lorsque x augmente, $f(x)$ diminue. Donc :

$$f(-\pi) > f(-3,14)$$

Construction de la droite d dans un repère orthonormé

Étapes :

- i. Tracer un repère orthonormé $(O ; I ; J)$
- ii. Placer le point $A(-1 ; 3)$
- iii. Placer le point $B(2 ; 1)$
- iv. Tracer la droite passant par A et B



Exercice 5

1. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ou $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$
2. Montrons que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, la fonction f peut s'écrire sous une autre forme.

On considère la fonction : $f(x) = \frac{1}{x} + 2$.

Étape 1 : mise au même dénominateur

On écrit le nombre 2 sous forme de fraction de dénominateur x :

$$2 = \frac{2x}{x} \text{ (puisque } x \neq 0 \text{)}$$

Étape 2 : addition des fractions

$$f(x) = \frac{(1+2x)}{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2$$

donc : Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, on a : $f(x) = \frac{1}{x} + 2$

3. Montrons que la fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty ; 0[$ et sur $] 0 ; +\infty[$.

On considère la fonction :

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2 \text{ définie sur } \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Étude sur l'intervalle $] -\infty ; 0[$

Soient x_1 et x_2 deux réels tels que : $x_1 < x_2 < 0$

Comme x_1 et x_2 sont négatifs, on sait que : lorsque x augmente, $\frac{1}{x}$ diminue

$$\text{Donc : } x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$$

En soustrayant 2 des deux côtés, on obtient :

$$\frac{1}{x_1} - 2 > \frac{1}{x_2} - 2$$

Ainsi :

$$f(x_1) > f(x_2)$$

Donc f est strictement décroissante sur $] -\infty ; 0[$.

Étude sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$

Soient x_1 et x_2 deux réels tels que : $0 < x_1 < x_2$

Comme x_1 et x_2 sont positifs, on sait que : on sait que : lorsque x augmente, $\frac{1}{x}$ diminue

Donc : $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

En soustrayant 2 des deux côtés, on obtient :

$$\frac{1}{x_1} - 2 > \frac{1}{x_2} - 2$$

Ainsi :

$$f(x_1) > f(x_2)$$

Donc f est strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$.

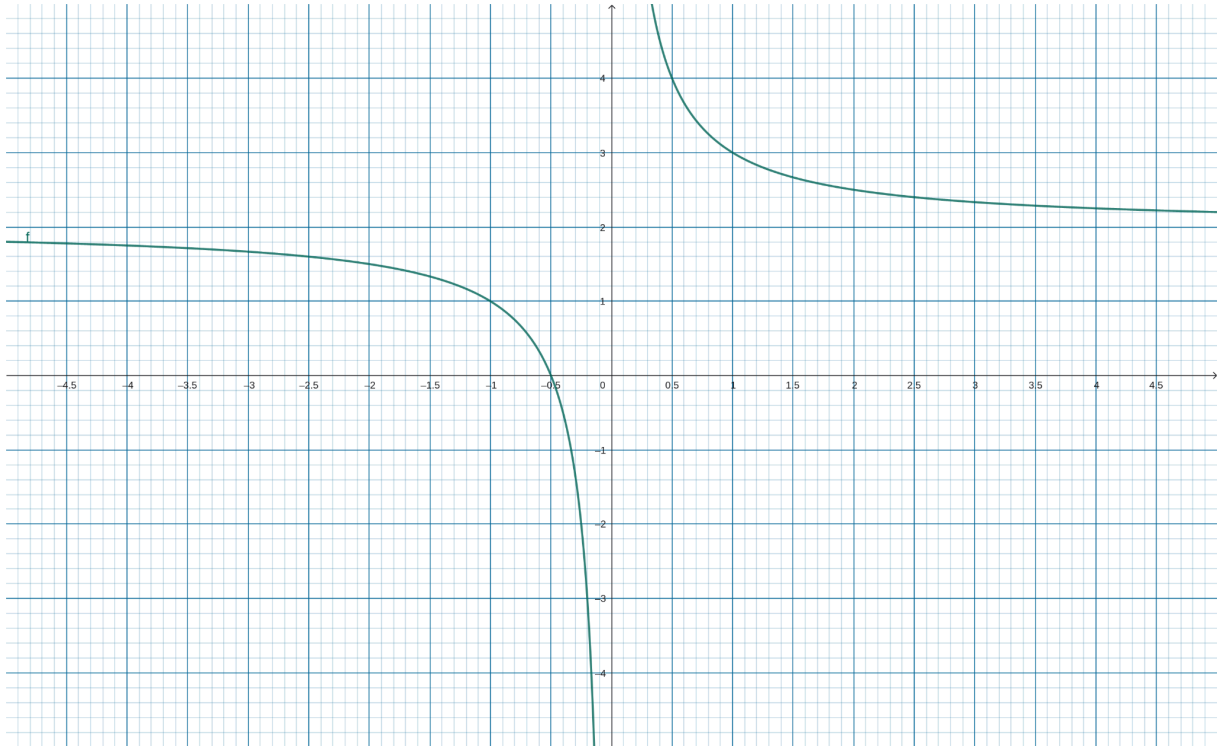
La fonction f est strictement décroissante sur chacun des deux intervalles :

$] -\infty ; 0[$ et $]0 ; +\infty[$.

4. le tableau de variations de la fonction f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	2	$-\infty$	$+\infty$
		$\searrow$	$\searrow$

5. la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.



6. Résolution de l'équation $f(x)=0$, graphiquement, et par le calcul.

Méthode graphique

La courbe de $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ coupe l'axe des abscisses ($f(x)=0$) là où la fonction vaut 0. On a :

Graphiquement, on cherche l'abscisse du point d'intersection de la courbe avec l'axe des x . Sur le graphique, on voit que **la courbe coupe l'axe des abscisses pour un x positif**, car : Pour $x > 0$, $f(x)$ décroît de $+\infty$ vers -2 . Donc elle doit passer par 0 une seule fois.

Méthode par calcul

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Solution graphique : $x \approx 0,5$ (intersection avec l'axe des abscisses)

Solution exacte par calcul : $x = -\frac{1}{2}$

7. Comparaison des valeurs des images $-0,1$ et de $-0,2$ par la fonction f sans calcul.

La fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty, 0[\cup] -\infty, 0[$ (c'est l'intervalle qui contient $-0,1$ et $-0,2$). Donc : si $x_1 < x_2 < 0$, alors $f(x_1) > f(x_2)$. Ici : $-0,2 < -0,1 < 0$ et comme f est décroissante sur $] -\infty, 0[\cup] -\infty, 0[$: $f(-0,2) > f(-0,1)$.